近畿大学（後期）2010年度 －数学－ 解答速報

ア	2	シ	9
イ	3	ス	3
ウ	0	セ	4
エ	3	ソ	1
オ	2	タ	6
カ	2	チ	8
キ	6	ツ	−
ク	2	テ	9
ケ	6	ト	4
コ	3		
サ	−		

Ⅰ

(1)

$f(x)=\int_0^x (t^2-2xt+3)\,dt$

$=\left[\frac{t^3}{3}-xt^2+3t\right]_0^x$

$=\frac{x^3}{3}-x^3+3x$

$=-\frac{2}{3}x^3+3x$

よって $f(2)=-\frac{16}{3}+6=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$

$f(x)=0$ とすると.

$-\frac{2}{3}x^3+3x=0$

$\Leftrightarrow x(2x^2-9)=0$

よって $x=\boxed{0}, \pm\frac{\boxed{3}\sqrt{\boxed{2}}}{\boxed{2}}$

(2)

$f'(x)=-2x^2+3$

$f(1)=-\frac{2}{3}+3=\frac{7}{3}$

$f(3)=-18+9=-9$

$f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=\sqrt{6}$

x	1		$\sqrt{\frac{3}{2}}$		3
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$\frac{7}{3}$	↗	$\sqrt{6}$	↘	−9

よって $x=\frac{\sqrt{\boxed{6}}}{\boxed{2}}$ で Max $\sqrt{\boxed{6}}$

$x=\boxed{3}$ で min $\boxed{-9}$

(3)

接点を $(t, -\frac{2}{3}t^3+3t)$ とおくと. 接線の式は.

$y=(-2t^2+3)(x-t)-\frac{2}{3}t^3+3t$

$\Leftrightarrow y=(-2t^2+3)x+\frac{4}{3}t^3$

これが $y=mx+\frac{9}{16}$ なので $\frac{4}{3}t^3=\frac{9}{16}$ よって $t=\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$ …接点のx座標.

このとき 傾き $m=-2\left(\frac{3}{4}\right)^2+3=\frac{\boxed{15}}{\boxed{8}}$

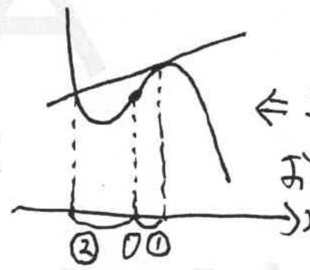
連立すると. $-\frac{2}{3}x^3+3x=\frac{15}{8}x+\frac{9}{16}$

$\Leftrightarrow x^3-\frac{27}{16}x+\frac{27}{32}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2\left(x+\frac{3}{2}\right)=0$

よって 接点以外の交点の $x=-\frac{3}{2}$

このとき $y=\boxed{-\frac{9}{4}}$

(3)の最後は、連立したときに. $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2$ を因数に持つことに気付いているかどうか.



⇐この事実を知っておれば、暗算コース.

近畿大学（後期）2010年度 －数学－ 解答速報

Ⅱ.

(1) $y=m(x-6)+7$ 　よって P は $(6,7)$ //

(2) $mx-y-6m+7=0$ と (0.0) のキョリが 2 より小さければよいので.

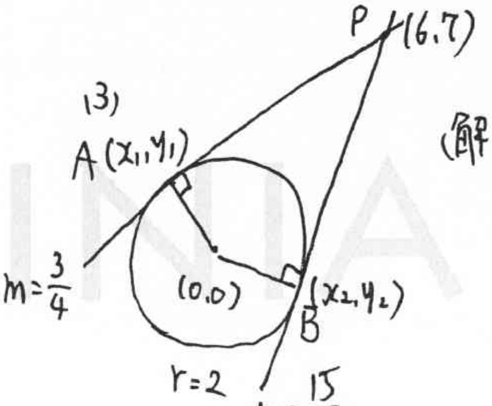
$$\frac{|-6m+7|}{\sqrt{m^2+1}}<2 \iff (-6m+7)^2<4(m^2+1)$$

ちょいと数字が大きく大変だが．なんとかがんばろう．

$$\iff 32m^2-84m+45<0 \iff (4m-3)(8m-15)<0$$

$$\therefore \ \frac{3}{4}<m<\frac{15}{8}$$ //

(3)



(解1) A について． $m=\frac{3}{4}$ より 接線は． $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$

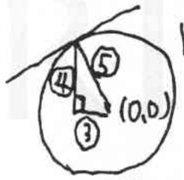
$\iff -\frac{6}{5}x+\frac{8}{5}y=4.$

$x_1x+y_1y=4$ と比較すると． $y_1=\frac{8}{5}$ //

B について． $m=\frac{15}{8}$ より 接線は． $y=\frac{15}{8}x-\frac{17}{4}$

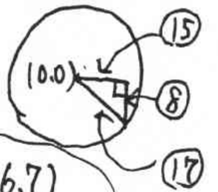
$\iff \frac{30}{17}x-\frac{16}{17}y=4$ 　同様にして $y_2=-\frac{16}{17}$ //

(解2) A について



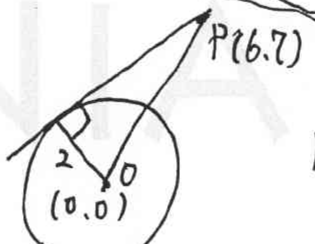
$$\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-\frac{3}{5}\\\frac{4}{5}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{6}{5}\\\frac{8}{5}\end{pmatrix}$$

B について

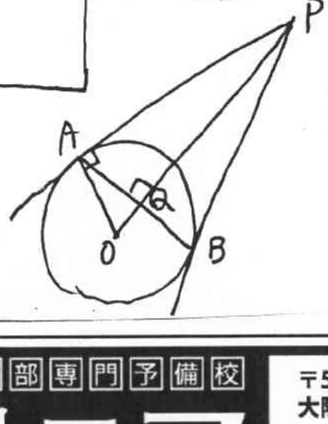


$$\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}\frac{15}{17}\\-\frac{8}{17}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{30}{17}\\-\frac{16}{17}\end{pmatrix}$$

ア	6	ソ	8
イ	7	タ	5
ウ	3	チ	8
エ	4	ツ	1
オ	1	テ	1
カ	5	ト	4
キ	8	ナ	5
ク	8	ニ	8
ケ	5	ヌ	8
コ	1	ネ	5
サ	6		
シ	1		
ス	7		
セ	9		



P から接点までのキョリ $=\sqrt{OP^2-r^2}=\sqrt{(6^2+7^2)-2^2}=9$ //



$\triangle APO \sim \triangle QPA$ で．相似比 $PO:PA=\sqrt{85}:9$ なので．

面積比 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{(\sqrt{85})^2}{9^2}=\frac{85}{81}$ //

$\triangle APO=\frac{1}{2}AP\cdot r=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 2=9$

よって $\triangle QPA=9\times\frac{81}{85}=\frac{729}{85}$

$\triangle PAB=2\times\triangle QPA$

$=2\times\frac{729}{85}=\frac{1458}{85}$

AB の式は $6x+7y=4$ だが．相似でやる方が速い

近畿大学（後期）2010年度 －数学－ 解答速報

小問集合がⅢにうつったが、例年通りの出題。
Ⅱ, Ⅲの後半をなんとか合わせて、9割確保したい。
リニア： [illegible]

Ⅲ (1) $_9C_3 = \frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2} = 84$ //

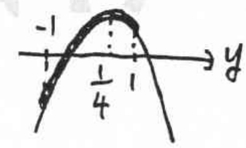
正三角形は 3 //

1つの頂点に対し、3つあるので $9\times3=27$ //

(2) $x^2 = 1-y^2 \geqq 0$ ∴ $-1 \leqq y \leqq 1$

$x^2+\frac{1}{2}y = 1-y^2+\frac{1}{2}y$

$= -\left(y-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{17}{16}$



Max は $\frac{17}{16}$ //

min は $y=-1$ のとき $-\frac{1}{2}$ //

(3) $\overrightarrow{AB}=(x,0,-2)$, $\overrightarrow{AC}=(0,y,-2)$ ∴ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = x\cdot0+0\cdot y+(-2)\cdot(-2)=4$ //

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\frac{\pi}{3}$ より $4=\sqrt{x^2+4}\sqrt{y^2+4}\cdot\frac{1}{2}$

∴ $(x^2+4)(y^2+4)=64$ //

ア	8	サ	1
イ	4	シ	2
ウ	3	ス	4
エ	2	セ	6
オ	7	ソ	4
カ	1	タ	2
キ	7	チ	3
ク	1	ツ	4
ケ	6	テ	3
コ	−		

$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4}\cdot\sqrt{y^2+4}\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{\sqrt3}{4}\cdot8=2\sqrt3$

$V=\triangle OBC\times OA\times\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{2}xy\cdot2\cdot\frac{1}{3}=\frac{xy}{3}$

ここで、シュワルツの不等式より $\underbrace{(x^2+4)(y^2+4)}_{=64}\geqq(xy+4)^2$

∴ $|xy+4|\leqq8$

∴ $-8\leqq xy+4\leqq8$ ∴ $-12\leqq xy\leqq4$

$x>0$, $y>0$ より $xy=4$ で Max.

このとき $V=\frac{4}{3}$ //

最後のMaxはなかなかキビシイ問題。
実戦的には「どうせ、xとyが等しいときでしょ」と $\underbrace{(x^2+4)}_{8}\underbrace{(y^2+4)}_{8}=64$ として解答欄をうめれば…。

シュワルツ以外では、$x+y=s$, $xy=t$ とおいて、

$x^2y^2+4(x^2+y^2)-48=0$ より
$t^2+4(s^2-2t)-48=0$

x, yは $X^2-sX+t=0$ の2解で、
$x>0, y>0$ が正の2解を持つ条件から出せる。