近畿大学（後期）2011年度 －数学－ 解答速報

I (1) $w^3=1$, $w^2+w+1=0$ が成立するので.

$$(1+3w)(1+3w^2)=9\underbrace{w^3}_{=1}+3\underbrace{(w^2+w)}_{=-1}+1=7 \,/\!/$$

$(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$ を知っていると見通しが立てやすい.

・otherwise $w=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\Leftrightarrow$ $2w+1=\sqrt{3}i$

2乗して $4w^2+4w+1=-3$

$\therefore$ $w^2+w+1=0$

両辺に $w-1$ をかけると.

$w^3-1=0$

とでもしましょう.

(2)
$$\cos^4\theta-\sin^4\theta=(\cos^2\theta+\sin^2\theta)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$$
$$=1\cdot\cos2\theta$$
$$=\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2} \,/\!/$$

これは2倍角の公式の右辺!

(3) $n+5\equiv0\ (\mathrm{mod}.11)$ より $n+16\equiv0\ (\mathrm{mod}.11)$

$n+11\equiv0\ (\mathrm{mod}.5)$ より $n+16\equiv0\ (\mathrm{mod}.5)$

よって $n+16$ は 11でも5でも割り切れるので. 余り $0 \,/\!/$

$\therefore$ $n+16=55k$ (n, kは整数) となり, nは自然数なので.

最小のものは. $k=1$ のとき $n=39 \,/\!/$

(4) $x=\frac{3}{2}\,(>0)$ で $\min -\frac{49}{4}$, $a>0$, $b>0$ なので. このとき. $ax+b>0$ は明らか.

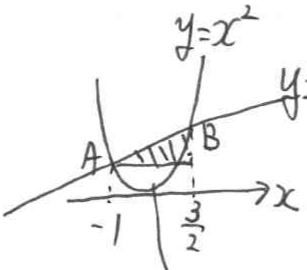
マーク式なので. 必要条件だけで求めてしまいましょう.

$$\therefore\ x^2-(ax+b)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{49}{4}$$
$$=x^2-3x-10$$ となることが必要.

$\therefore$ $a=3$, $b=10 \,/\!/$

コメント
III の最後の計算で勝負が決まりそう.
なんとか合わせたい

(5) l: $y=\frac{1}{2}(x-1)+2$ $\Leftrightarrow$ $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ よって y切片は $\frac{3}{2}$

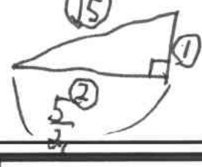


連立すると. $x^2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow$ $2x^2-x-3=0$ $\Leftrightarrow$ $(x+1)(2x-3)=0$

$\therefore$ $x=-1, \frac{3}{2}$

解がキタナイなら. α, β とおくところ. 今回は因数分解できる.



よって $AB=\frac{\sqrt{5}}{2}\left(\frac{3}{2}-(-1)\right)=\frac{5\sqrt{5}}{4}$

医学部専門予備校 リニア
〒530-0012
大阪市北区芝田1-4-14 芝田町ビル8F
フリーコール 通話料無料 0800-888-1489
TEL.06-6372-1131 FAX.06-6372-1132
http://www.medical-school.jp/

・理科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。

近畿大学（後期）2011年度 － 数学 － 解答速報

II (1) $f(x)=5x^2-7x+9$

$a_1=f(2)-f(1)=15-7=8$ //

$a_5=f(6)-f(5)=5\cdot6^2-7\cdot6+9-(5\cdot5^2-7\cdot5+9)=48$

$b_{2011}=f(2012)-2f(2011)+f(2010)$

若干、工夫の余地はあるが、まあ、計算したらよいでしょう

2011＝nとおくと.

$=5(n+1)^2-7(n+1)+9-2(5n^2-7n+9)+5(n-1)^2-7(n-1)+9$

$=10$ //

(2) 接点のx座標をα．交点のx座標をβとおくと．

接点を$(t,\ t^3-2t^2+5t-3)$とおいて接線を書いて、$y=kx-11$と比較してもよい

$x^3-2x^2+5x-3-(kx-11)=(x-\alpha)^2(x-\beta)$

x^2の係数： $-2=-2\alpha-\beta$ …①

x 〃 ： $5-k=\alpha^2+2\alpha\beta$ …②

定数項： $8=-\alpha^2\beta$ …③

①、③より $8=-\alpha^2(2-2\alpha)$

$\Leftrightarrow (\alpha-2)(\alpha^2+\alpha+2)=0$

$\therefore \alpha=2,\ \beta=-2$ よって接点は $(2,7)$

交点は $(-2,-29)$ //

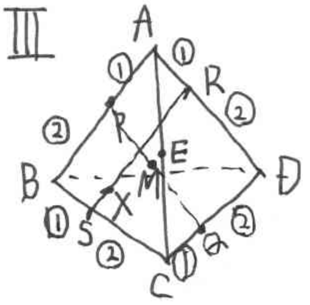
(3) $\dfrac{1}{3}<\dfrac{m}{360}<\dfrac{3}{8} \Leftrightarrow \dfrac{120}{360}<\dfrac{m}{360}<\dfrac{135}{360}$

$360=2^3\cdot3^2\cdot5$ より、121から134までで、2でも3でも5でも割り切れないものを考えればよい。これは、121, 127, 131, 133 の 4つ //

Maxは 133 //

近畿大学（後期） 解答速報
2011年度 －数学－

Ⅲ



$\overrightarrow{AB}=\vec{b},\ \overrightarrow{AC}=\vec{c},\ \overrightarrow{AD}=\vec{d}$ と表すことにする.

$|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{d}|=1.\quad \vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{d}=\vec{d}\cdot\vec{b}=1\cdot1\cdot\cos60^\circ=\frac{1}{2}$

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\boxed{\frac{1}{2}}$ //

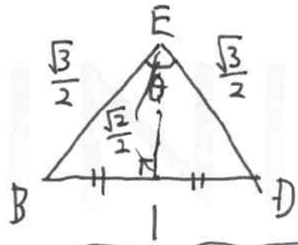
$\overrightarrow{CQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}=\boxed{-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}}$ //

$\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AP})=\frac{1}{2}\left(\frac{2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}}{3}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\right)$

$=\boxed{-\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})}$ //

（4）つづきのハナシ（別）
$|\overrightarrow{MX}|^2$をまともにやってもよい。
それなら,
$|\overrightarrow{MX}|^2=\frac{1}{36}(20k^2-18k+5)$
$=\frac{1}{36}\left\{20\left(k-\frac{9}{20}\right)^2+\frac{19}{20}\right\}$
よって $k=\frac{9}{20}$ で $\frac{\sqrt{95}}{60}$ //

(2)



左図より $\sin\frac{\theta}{2}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}},\quad \cos\frac{\theta}{2}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore\ \sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\boxed{\frac{2\sqrt{2}}{3}}\quad \therefore\ \sin^2\theta=\frac{8}{9}$ //

内積を利用して $\cos\theta$ から出してもよい。

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{1-2\sin^2\frac{\theta}{2}}=\boxed{2\sqrt{2}}$

これはまあ適当にやりましょ。

(3) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}(\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})=\frac{1}{6}(\vec{b}+2\vec{c}+\vec{d})$

$\overrightarrow{AX}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AR}+\overrightarrow{AS})=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\vec{d}+\frac{2\vec{b}+\vec{c}}{3}\right)=\frac{1}{6}(2\vec{b}+\vec{c}+\vec{d})$

$\therefore\ \overrightarrow{MX}=\overrightarrow{AX}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{6}(2\vec{b}+\vec{c}+\vec{d})-\frac{1}{6}(\vec{b}+2\vec{c}+\vec{d})$

$=\frac{1}{6}(\vec{b}-\vec{c})$

$\therefore\ |\overrightarrow{MX}|^2=\frac{1}{36}|\vec{b}-\vec{c}|^2=\frac{1}{36}(|\vec{b}|^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2)=\frac{1}{36}\quad \therefore\ MX=\boxed{\frac{1}{6}}$ //

(4) $\overrightarrow{RX}=k\overrightarrow{RS}$ とおくと. $\overrightarrow{AX}=(1-k)\overrightarrow{AR}+k\overrightarrow{AS}$

この計算はかなりキツい.

$=(1-k)\frac{1}{3}\vec{d}+k\cdot\frac{2\vec{b}+\vec{c}}{3}$

$\therefore\ \overrightarrow{MX}=\overrightarrow{AX}-\overrightarrow{AM}$

$=\left(\frac{(1-k)}{3}\vec{d}+\frac{2k}{3}\vec{b}+\frac{k}{3}\vec{c}\right)-\frac{1}{6}(\vec{b}+2\vec{c}+\vec{d})$

$=\frac{1}{6}\left((4k-1)\vec{b}+(2k-2)\vec{c}+(1-2k)\vec{d}\right)$

最短のトキ. $\overrightarrow{MX}\cdot\overrightarrow{RS}=0$ より（別解は上）

$\frac{1}{6}\left((4k-1)\vec{b}+(2k-2)\vec{c}+(1-2k)\vec{d}\right)\cdot\frac{1}{3}(2\vec{b}+\vec{c}-\vec{d})=0$

$\therefore\ (8k-2)+(2k-2)-(1-2k)+\frac{1}{2}(4k-1-4k+1+4k-4$
$-2k+2+(2-4k)+1-2k)=0$

$\Leftrightarrow\ 10k-\frac{9}{2}=0\ \Leftrightarrow\ k=\boxed{\frac{9}{20}}$ //

このとき、$\overrightarrow{MX}=\frac{1}{60}(8\vec{b}-11\vec{c}+\vec{d})$

$\therefore\ |\overrightarrow{MX}|=\cdots=\boxed{\frac{\sqrt{95}}{60}}$ //　上へ

・理科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。