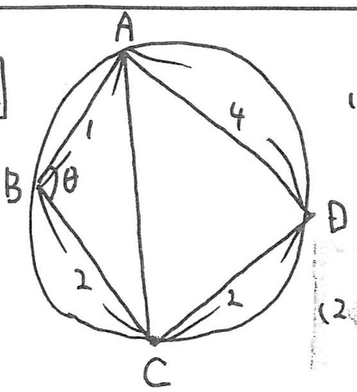
近畿大学（前期） 2014年度 −数学− 解答速報

1



(1) △ABCで余弦定理より.

$AC^2 = 1^2 + 2^2 - 2\cdot 1\cdot 2\cdot \cos\theta$

$= 5 - 4\cos\theta$ ……①

よって $m = 5$, $n = -4$ (答)

(2) △ADCで余弦定理より

$AC^2 = 4^2 + 2^2 - 2\cdot 4\cdot 2\cdot \cos(\pi - \theta)$ (∵ $\angle B + \angle D = \pi$)

$= 20 + 16\cos\theta$ ……②

①, ②を連立すると. $AC^2 = 8$, $\cos\theta = -\frac{3}{4}$

よって $\cos\theta = -\frac{3}{4}$, $AC = 2\sqrt{2}$ 答.

$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$ (∵ $\sin\theta > 0$)

$= \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2}$

$= \frac{\sqrt{7}}{4}$

△ABCで正弦定理より $\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 2R$

$R = \frac{4\sqrt{14}}{7}$ …(答)

四角形ABCD = △ABC + △ADC

$= \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2\cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2\cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$

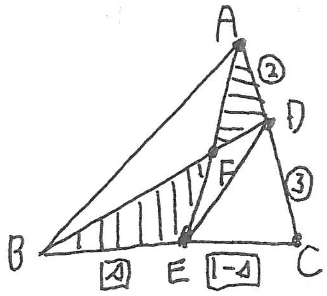
$= \frac{5}{4}\sqrt{7}$

$S = \frac{5}{4}\sqrt{7}$ …(答)

(参考) $s = \frac{1+2+2+4}{2} = \frac{9}{2}$

$S = \sqrt{\left(\frac{9}{2}-1\right)\left(\frac{9}{2}-2\right)\left(\frac{9}{2}-2\right)\left(\frac{9}{2}-4\right)} = \frac{5}{4}\sqrt{7}$

2

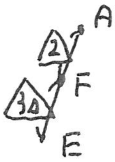


(1) メネラウスの定理より.

$\frac{FE}{AF}\cdot\frac{BC}{EB}\cdot\frac{DA}{CD} = 1$

∴ $\frac{FE}{AF}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{2}{3} = 1$

∴ $\frac{FE}{AF} = \frac{3s}{2}$



よって $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3s+2}\overrightarrow{AE}$

∴ $k = \frac{2}{3s+2}$ …(答)

医学部専門予備校 リニア
〒530-0012
大阪市北区芝田1-4-14 芝田町ビル8F
フリーコール 通話料無料 0800-888-1489
TEL.06-6372-1131 FAX.06-6372-1132
http://www.medical-school.jp/

・他教科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。

(2) $\triangle AFD = \dfrac{2}{3s+2}\cdot\triangle AED = \dfrac{2}{3s+2}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot\triangle AEC = \dfrac{2}{3s+2}\cdot\dfrac{2}{5}\cdot(1-s)\cdot\triangle ABC$

$\triangle EFB = \dfrac{3s}{3s+2}\cdot\triangle ABE = \dfrac{3s}{3s+2}\cdot s\cdot\triangle ABC$

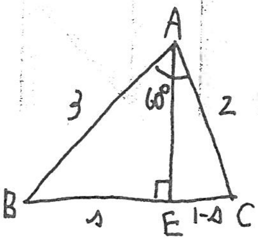
$\triangle AFD = 2\triangle EFB$ より，

$$\frac{2\cdot 2\cdot(1-s)}{5(3s+2)} = 2\cdot\frac{3s\cdot s}{3s+2}$$

$\Leftrightarrow\ 15s^2+2s-2=0 \quad \therefore s=\dfrac{-1\pm\sqrt{31}}{15}$

$0<s<1$ より　$s=\dfrac{\sqrt{31}-1}{15}$ …(答)

(3)



$|\overrightarrow{AB}|=3,\ |\overrightarrow{AC}|=2,\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\cdot2\cdot\cos60^\circ=3$

$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=\left((1-s)\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}\right)\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

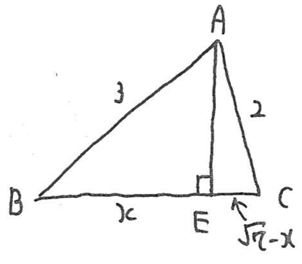
$= 3(1-s)-9(1-s)+4s-3s$

$= 7s-6$

$AE\perp BC$ より　$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ なので，　$s=\dfrac{6}{7}$ …(答)

(別) $AC^2=3^2+2^2-2\cdot3\cdot2\cdot\cos60^\circ$　（∵余弦定理）

$=7 \quad \therefore AC=\sqrt{7}$



$\triangle ABE$ と $\triangle ACE$ でピタゴラスの定理を用いて，

AE^2 を表すと，

$AE^2=3^2-x^2$

$AE^2=2^2-(\sqrt{7}-x)^2$

$\therefore\ 9-x^2=4-(7-2\sqrt{7}x+x^2)$

$\Leftrightarrow\ x=\dfrac{6}{7}\sqrt{7}$

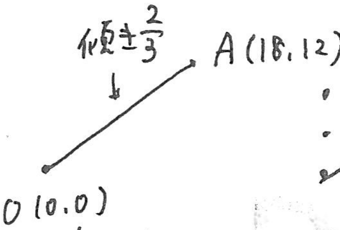
よって $x:\sqrt{7}-x=\dfrac{6}{7}\sqrt{7}:\dfrac{1}{7}\sqrt{7}$

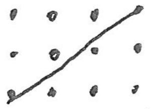
$=6:1$　　よって $s=\dfrac{6}{6+1}=\dfrac{6}{7}$

医学部専門予備校 リニア
〒530-0012
大阪市北区芝田1-4-14 芝田町ビル8F
フリーコール 通話料無料 0800-888-1489
TEL.06-6372-1131 FAX.06-6372-1132
http://www.medical-school.jp/

・他教科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。

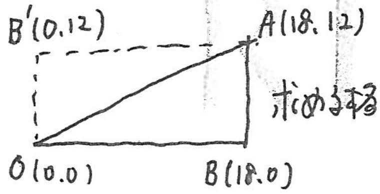
3 (1)





←この繰り返しなので、$\frac{18}{3}+1=7$(個) …(答)

(2)

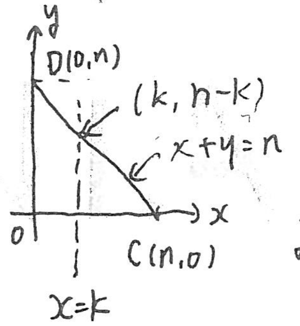


$$\text{求める格子点の個数}=\frac{\text{長方形OBAB'の周,内部}+\text{線分OA上}}{2}$$

$$=\frac{(18+1)(12+1)+7}{2}=127\text{(個)}\cdots\text{(答)}$$

(3)

m_1



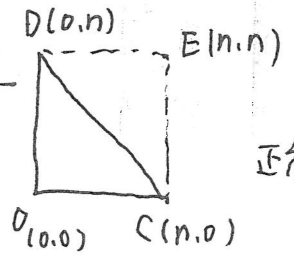
$x=k$ $(k=0,1,2,\cdots)$ の格子点は $n-k+1$ 個

よって $m_1=\sum_{k=0}^{n}k(n-k+1)$

$$=(n+1)\cdot\frac{n(n+1)}{2}-\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

$$=\frac{1}{6}n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{3}n\cdots\text{(答)}$$

m_2, m_3



正方形OCEDで考え、CD上を加えて2で割ればよい。
（∵ $P_x-P_y=k$ をみたす格子点は、正方形の周及び内部について、線分CDの下側と上側にある個数が明らかに等しい）

線分CD上の格子点について $|P_x-P_y|$ の総和は

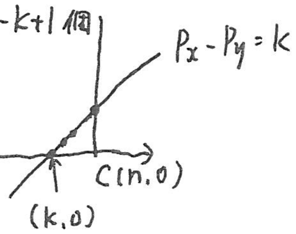
nが偶数のとき、$2(2+4+\cdots+n)=\frac{n(n+2)}{2}$

nが奇数のとき、$2(1+3+5+\cdots+n)=\frac{(n+1)^2}{2}$

長方形OCED内の格子点について $|P_x-P_y|$ の総和を考える。

$P_x\geqq P_y$ のとき、$P_x-P_y=k$ となるものは $n-k+1$ 個

よって、総和 $=2\sum_{k=1}^{n}k\cdot(n-k+1)$　（$k=0$のものは、どうせ0となるので考えなくてよい）



$$=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

医学部専門予備校
リニア
〒530-0012
大阪市北区芝田1-4-14 芝田町ビル8F
フリーコール 通話料無料 0800-888-1489
TEL.06-6372-1131 FAX.06-6372-1132
http://www.medical-school.jp/
・他教科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。

以上より，

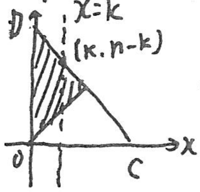
$$m_2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{n(n+1)(n+2)}{3} + \frac{n(n+2)}{2}\right\}$$

$$= \frac{1}{6}n^3 + \frac{3}{4}n^2 + \frac{5}{6}n \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

$$m_3 = \frac{1}{2}\left\{\frac{n(n+1)(n+2)}{3} + \frac{(n+1)^2}{2}\right\}$$

$$= \frac{1}{6}n^3 + \frac{3}{4}n^2 + \frac{5}{6}n + \frac{1}{4} \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

(参) m_2, m_3 については，



斜線部において，$x=k$ のライン上の格子点について，$|P_x - P_y|$ の値は $0, 1, 2, \cdots\cdots, n-2k$ なので……

とやる手もある。

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ は極めて平易．絶対に落とせない。

$\boxed{3}$ は (3) の m_1 までは合わせたい。

m_2, m_3 については，できれば数学でアドバンテージを取れるが，60分という時間を考えると，できなくてもよいでしょう。

まだまだこれから！　がんばって下さい♪

医学部専門予備校
リニア
〒530-0012
大阪市北区芝田1-4-14 芝田町ビル8F
フリーコール 通話料無料 0800-888-1489
TEL.06-6372-1131 FAX.06-6372-1132
http://www.medical-school.jp/

・他教科の解答をご希望の方はお気軽にお問合わせくださいませ。
後日ご郵送いたします。