大阪医科大学（前期）2014　物理

[I]

(1)

求める温度をt℃とすると、

熱量保存則より、

$200\times 0.38\times 80+500\times 4.2\times 20=200\times 0.38\times t+500\times 4.2\times t$

$6080+42000=76t+2100t$

$2176t=48080$

$t=22.0\cdots$

ゆえに、

22〔℃〕

(2)

$V=5.0\times 10^3\times 2.0\times 10^{-2}\times \cos 60^\circ$

$=10\times 10^1\times \frac{1}{2}$

$=50$〔V〕

$W=3.2\times 10^{-4}\times V$

$=160\times 10^{-4}$

$=1.6\times 10^{-2}$〔J〕

(3)

$\tan\theta=\frac{1}{2}$

(4)

水中部分の氷の体積はV〔cm^3〕、

重力加速度をg〔$\mathrm{m/s}^2$〕とすると、

力のつりあいより、

$$0.92\times(V+4000)\times10^{-3}\times g=1.00\times V\times10^{-3}\times g$$

$$0.92\times(V+4000)=V$$

$$0.08V=3680$$

$V=46000$〔cm^3〕

ゆえに、

求める質量m〔kg〕は、

$m=0.92\times(V+4000)\times10^{-3}=46$〔kg〕

〔Ⅱ〕

(1)

①、②

三平方の定理より、

$$r_k=\sqrt{(\overline{\mathrm{C}_k\mathrm{F}})^2-(\mathrm{OF})^2}$$

$$=\sqrt{(f+k\lambda)^2-f^2}$$

$$=\sqrt{2fk\lambda+(k\lambda)^2}$$

ゆえに、

①は$2fk\lambda$

②はk^2

③

$r_k=\sqrt{2fk\lambda}$　なので、

$$r_{k+1}=\sqrt{2f(k+1)\lambda}$$

ゆえに、

$2f(k+1)\lambda$

④

$$\sqrt{2f(k+1)\lambda}-\sqrt{2fk\lambda}$$

$$=\sqrt{2fk\lambda}\left(\sqrt{\frac{k+1}{k}}-1\right)$$

ゆえに、

$$\frac{k+1}{k}$$

⑤

$k \gg 1$ のとき、

$$\sqrt{\frac{k+1}{k}}$$

$$=\sqrt{1+\frac{1}{k}}$$

$$\fallingdotseq 1+\frac{1}{2k}$$ より、

$$\Delta r_k=\sqrt{2fk\lambda}\left(1+\frac{1}{2k}-1\right)$$

$$=\sqrt{\frac{f\lambda}{2k}}$$

ゆえに、

$$\frac{f\lambda}{2k}$$

(2)

$$r_{100} = \sqrt{2 \times 1 \times 10^{-3} \times 100 \times 2 \times 10^{-9}}$$

$$= 2 \times 10^{-5} \text{〔m〕}$$
$$= 20 \text{〔}\mu\text{m〕}$$

また、

$$\Delta r_{100} = \sqrt{\frac{1 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-9}}{2 \times 100}}$$

$$= \sqrt{1 \times 10^{-14}}$$

$$= 1 \times 10^{-7} \text{〔m〕}$$
$$= 1 \times 10^{-1} \text{〔}\mu\text{m〕}$$

(3)

$$\overline{\mathrm{AC}_k\mathrm{B}} = \overline{\mathrm{AC}_k} + \overline{\mathrm{C}_k\mathrm{B}}$$

$$= \sqrt{a^2 + 2fk\lambda} + \sqrt{b^2 + 2fk\lambda}$$

(4)

$$\sqrt{a^2 + 2fk\lambda} + \sqrt{b^2 + 2fk\lambda}$$

$$= a\left(1 + \frac{2fk\lambda}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}} + b\left(1 + \frac{2fk\lambda}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\fallingdotseq a\left(1 + \frac{fk\lambda}{a}\right) + b\left(1 + \frac{fk\lambda}{b}\right)$$

$$= a + b + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)fk\lambda$$

(5)

$\overline{\mathrm{AC}_{k+1}\mathrm{B}}-\overline{\mathrm{AC}_{k}\mathrm{B}}=\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)f\lambda=\lambda$ のとき、

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

ゆえに、常に点 B で強め合う。

[３]

(1)

①

$t=0$ に小さなボールを投げ上げたとすると、

小さなボールが最高点に達する時刻 t_1 は、

$0=v\sin\theta-gt_1$ より、

$$t_1=\frac{v\sin\theta}{g}$$

ゆえに、

最高点 P_1 の x 座標 x_1 は、

$$\begin{aligned} x_1&=v\cos\theta\cdot t_1\\ &=\frac{v^2\sin\theta\cos\theta}{g}\\ &=\frac{v^2\sin 2\theta}{2g} \end{aligned}$$

②

①より、

最高点 P_1 の y 座標 y_1 は、

$$\begin{aligned} y_1&=h+v\sin\theta\cdot t_1-\frac{1}{2}g\cdot {t_1}^2\\ &=h+\frac{v^2\sin^2\theta}{g}-\frac{v^2\sin^2\theta}{2g}\\ &=h+\frac{v^2\sin^2\theta}{2g} \end{aligned}$$

③

求めるP$_2$のx座標x_2は、

$$x_2 = 2x_1 = \frac{v \sin 2\theta}{g}$$

④

小さなボールが地面に衝突するときの速さをv_3とすると、

力学的エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}m{v_3}^2$$

ゆえに、

$$v_3 = \sqrt{v^2 + 2gh}$$

⑤

小さなボールがP$_3$に達する時刻t_3は、

$$h + v\sin\theta \cdot t_3 - \frac{1}{2}g \cdot {t_3}^2 = 0$$

$$g \cdot {t_3}^2 - 2v\sin\theta \cdot t_3 - 2h = 0$$

$t_3 > t_1$　より、

$$t_3 = \frac{v\sin\theta + \sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}}{g}$$

ゆえに、

求めるP$_3$のx座標x_3は、

$$x_3 = v\cos\theta \cdot t_3$$

$$= \frac{v^2\sin\theta\cos\theta + v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}}{g}$$

$$= \frac{v^2\sin 2\theta}{2g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2\sin^2\theta}}\right)$$

⑥

小さなボールの描く軌跡は、

$$\begin{cases} x = v\cos\theta \cdot t \\ y = h + v\sin\theta \cdot t - \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 \end{cases}$$

ゆえに、

tを消去して、

$$y = -\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}x^2 + \tan\theta \cdot x + h$$

(2)

⑦

P_3のx座標はx_3なので、

P_4のx座標x_4は$x_4 = \dfrac{5}{4}x_3$、

P_5のx座標x_5は$x_5 = \dfrac{21}{20}x_3$

よって、

$$x_4 - x_3 = \frac{1}{4}x_3$$

$$x_4 - x_5 = \frac{1}{5}x_3$$

ゆえに、

はねかえり係数eは、

$$e = \frac{x_4 - x_5}{x_4 - x_3} = \frac{4}{5}$$

(3)

⑧、⑨

改めて、小さなボールが最高点 P_1 に達した時刻を $t=0$ とする。

$t=T$ における小さなボールの軌跡は、

最高点 P_1 の y 座標を h_1 とすると、

$$\begin{cases} y = h_1 - \dfrac{1}{2}gT^2 \\ x = x_1 + v\cos\theta \cdot T \end{cases}$$

よって、

この点と最高点 P_1 を結ぶ直線の方程式は、

$$y - h_1 = \frac{\frac{1}{2}gT^2}{-v\cos\theta \cdot T}(x - x_1)$$

$x = x_3$ のとき、

$$y = \frac{\frac{1}{2}gT^2}{-v\cos\theta \cdot T}(x_2 - x_1) + h_1$$

したがって、

$$\frac{dy}{dT} = \frac{gT(-v\cos\theta \cdot T) - \frac{1}{2}gT^2(-v\cos\theta)}{(-v\cos\theta \cdot T)^2}(x_3 - x_1)$$

$$= -\frac{g}{2v\cos\theta}(x_3 - x_1)$$

$$= -\frac{g}{2v\cos\theta}\left\{\frac{v^2\sin 2\theta}{2g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2\sin^2\theta}}\right) - \frac{v^2\sin 2\theta}{2g}\right\}$$

$$= -\frac{v\sin\theta}{2}\sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2\sin^2\theta}}$$

ゆえに、

影は速さ、

$$\frac{v\sin\theta}{2}\sqrt{1 + \frac{2gh}{v^2\sin^2\theta}}$$

で、等$\boxed{\text{速度}}$運動をする。

[4]

(1)

オームの法則より、

$V = 2RI_0$

ゆえに、

$I_0 = \dfrac{V}{2R}$ 〔I〕

(2)

金属棒を持ち上げようとするローレンツ力が、

金属棒を下げようとする重力よりも大きければいいので、

$I_0 B\cos\theta \cdot D > Mg\sin\theta$

(1) より、

$\dfrac{VB\cos\theta \cdot D}{2R} > Mg\sin\theta$

ゆえに、

$V > \dfrac{2MgR\tan\theta}{BD}$ 〔V〕

(3)

求める電流を I_1 とすると、

力のつりあいより、

$I_1 B\cos\theta \cdot D = Mg\sin\theta$

ゆえに、

$I_1 = \dfrac{Mg\tan\theta}{BD}$ 〔I〕

(4)

キルヒホッフ第 2 法則より、

$V_{\mathrm{PH}} = V - RI_1 = V - \dfrac{MgR\tan\theta}{BD}$ 〔V〕

(5)

(4) より、

$$V_{PH} = \frac{R_X}{R + R_X} V \text{〔V〕}$$

ゆえに、

$$R_X = \left(\frac{BDV}{MgR\tan\theta} - 1 \right) R \text{〔Ω〕}$$

(6)

求める金属棒の速さを v とすると、

金属棒を流れる電流は I_1 なので、

(3) より、

$$\frac{vBD\cos\theta}{R + R_X} = I_1 = \frac{Mg\tan\theta}{BD} \text{〔A〕}$$

ゆえに、

$$v = \frac{V}{BD\cos\theta} \text{〔m/s〕}$$

(7)

求める金属棒の速さを v' とすると、

(6) と同様にして、

$$\frac{v'BD\cos\theta}{3R + R_X} = I_1 \text{〔A〕}$$

ゆえに、

$v' > v$ より、

大きくなる　→　ア